



Sèrie 1

Part 1

Resoleu **QUATRE** de les cinc qüestions proposades.

[4 punts: 1 punt per cada qüestió]

Qüestió 1

Completeu la taula següent perquè correspongui a una funció de quantia d'una variable aleatòria discreta.

X_i	P_i
0	0,10
1	0,20
2	0,30
3	0,20
4	

SOLUCIÓ: La darrera probabilitat serà 0,20 i així la suma de totes les probabilitats serà igual a 1.

Qüestió 2

Digueu si és vertadera o falsa l'afirmació següent: la covariància entre dues variables X i Y pot oscil·lar entre els valors -1 i 1 . Justifiqueu la resposta.

SOLUCIÓ: És falsa. La covariància entre dues variables no està afitada.

Qüestió 3.

La taula següent recull informació sobre el nombre d'habitacions que tenen els habitatges d'una urbanització.

Nombre d'habitacions X_i	Freqüència n_i
1	4
2	8
3	12
4	6

Quin percentatge d'habitatges té més de dues habitacions?

SOLUCIÓ: En total hi ha 30 vivendes ($N=30$) i d'aquestes n'hi ha 18 que tenen més de dues habitacions (és a dir 3 o 4 habitacions). Per tant n'hi ha un 60 %.



Proves d'accés a la universitat per a més grans de 25 anys

Abril 2017

Qüestió 4

Si llancem dos daus de sis cares simultàniament, quina és la probabilitat d'obtenir dos sisos?

SOLUCIÓ: els dos daus obtenen resultats independents. Per tant la probabilitat d'obtenir dos sisos serà $1/6 \cdot 1/6 = 1/36$.

Qüestió 5

El coeficient de correlació lineal entre dues variables X i Y és 0,4. Si obtenim una recta de regressió de la variable Y sobre la variable X, digueu quin valor pren el coeficient de determinació i interpreteu-lo.

SOLUCIÓ: $R^2 = r_{xy}^2 = 0,4^2 = 0,16$

El valor del coeficient de determinació indica un ajustament lineal dèbil entre les variables.

Part 2

Resoleu, indicant sempre les operacions o explicant raonadament les respostes, DOS dels tres problemes següents.

[6 punts: 3 punts per cada problema]

Problema 1

La taula següent recull informació sobre la superfície (en metres quadrats) que tenen els locals de lloguer en un gran centre comercial.

<i>Superfície</i>	<i>Locals</i>
0-50	15
50-100	15
100-150	15
150-200	20
200-250	15

- a) Calculeu la mitjana aritmètica, la variància i la desviació típica de la variable *superfície*. [1,5 punts]
- b) Quina és la superfície més repetida? [0,75 punts]
- c) Quin percentatge de locals té una superfície d'entre 100 i 200 m²? [0,75 punts]



SOLUCIÓ:

- a) (1,5 punts). Mitjana aritmètica: 0,5 punts; variància:0,75 punts; desviació tipus:0,25 punts.

Li-1	Li	ni	ci	ci*ni	ci ² *ni
0	50	15	25	375	9375
50	100	15	75	1125	84375
100	150	15	125	1875	234375
150	200	20	175	3500	612500
200	250	15	225	3375	759375
		80		10250	1700000

Mitjana aritmètica: 0,5 punts

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \cdot n_i}{n} = \frac{10250}{80} = 128,125$$

Variància: 0,75 punts

$$S_X^2 = \frac{\sum c_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1700000}{80} - (128,125)^2 = 4833,984375$$

Desviació tipus: 0,25 punts

$$S_x = \sqrt{4833,984375} = 69,526861$$

- b) (0,75 punts).

La superfície més repetida serà la moda. Aquesta moda es localitzarà a l'interval que va des de 150 a 200. Aleshores:

$$Mo = L_{i-1} + \frac{n_{i+1}}{n_{i-1} + n_{i+1}} \cdot c_i = 150 + \frac{15}{15+15} \cdot 50 = 175$$

- c) (0,75 punts)

El nombre de locals que tenen una superfície entre 100 i 200 metres quadrats és de 15+20=35. Per tant el percentatge demanat és $(35/80) \cdot 100 = 43,75 \%$.



Problema 2

Les dades de la taula següent corresponen a l'edat, en anys (variable X), i al pes, en quilograms (variable Y), de diversos nens i nenes.

Variable X	Variable Y
2	14
3	20
5	32
7	42
8	44

- a) Calculeu els coeficients de la recta de regressió de la variable Y sobre la variable X . [1,5 punts]
 b) Calculeu el coeficient de determinació i interpreteu-lo. [1,5 punts]

a) SOLUCIÓ: (1,5 punts) Coeficients de la recta de regressió: 0,25 punts cada càlcul: mitjana de X , mitjana de Y , variància de X , covariància, paràmetre b i paràmetre a

Pes (Y_i)	Edat (X_i)	Y_i^2	X_i^2	$X_i \cdot Y_i$
14	2	196	4	28
20	3	400	9	60
32	5	1024	25	160
42	7	1764	49	294
44	8	1936	64	352
152	25	5320	151	894

$$\bar{X} = \frac{25}{5} = 5 \quad \bar{Y} = \frac{152}{5} = 30,4$$

$$S_x^2 = \frac{151}{5} - 5^2 = 5,2$$

$$S_{xy} = \frac{894}{5} - 5 \cdot 30,4 = 26,8$$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{26,8}{5,2} = 5,1538$$

$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = 30,4 - 5,1538 \cdot 5 = 4,631$$



- b) (1,5 punts) Coeficient de determinació: càlcul variància de Y 0,25 punts, càlcul del coeficient de determinació 0,75 punts i interpretació 0,5 punts

$$S_y^2 = \frac{5320}{5} - 30,4^2 = 139,84$$

$$R^2 = \frac{b^2 \cdot S_x^2}{S_y^2} = \frac{5,1538^2 \cdot 5,2}{139,84} = 0,987705 = 98,77\%$$

Un valor elevat del coeficient de determinació indica un ajustament correcte de la recta de regressió al núvol de punts.

Problema 3

La demanda diària d'un producte és una variable aleatòria discreta que té la funció de quantia següent:

$$P(X = x) = \frac{x+1}{15} \quad \text{per a } x = 0, 1, 2, 3, 4$$

- a) Quina és la probabilitat que la demanda diària sigui superior a 2? [1,5 punts]
b) Quina és l'esperança matemàtica de la variable? [1,5 punts]

SOLUCIÓ:

- a) (1,5 punts)

x	P(X=x)
0	1/15
1	2/15
2	3/15
3	4/15
4	5/15

$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) = 4/15 + 5/15 = 9/15$$

- b) (1,5 punts)

$$E(X) = 0 \cdot 1/15 + 1 \cdot 2/15 + 2 \cdot 3/15 + 3 \cdot 4/15 + 4 \cdot 5/15 = 40/15$$