



## Proves d'accés a la universitat

---

### Matemàtiques

#### Sèrie 1

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre  $\lambda$ :

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = 0 \\ y + z = 10 \\ 2\lambda x - y + 5\lambda z = 30 \end{cases}$$

- a) Estudieu per a quins valors del paràmetre  $\lambda$  el sistema és incompatible.

[1 punt]

- b) Resoleu el sistema per al cas  $\lambda = 1$ .

[1 punt]

2. Considereu els plans  $\pi_1: 5x - y - 7z = 1$  i  $\pi_2: 2x + 3y + z = 5$ .

- a) Determineu l'equació general (és a dir, la que té la forma  $Ax + By + Cz = D$ ) del pla que passa per l'origen de coordenades i és perpendicular als plans  $\pi_1$  i  $\pi_2$ .

[1 punt]

- b) Calculeu l'angle que formen els plans  $\pi_1$  i  $\pi_2$ .

[1 punt]

3. Sigui la funció  $f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$ , en què  $k$  és un paràmetre real diferent de 0. Per als

diferents valors del paràmetre  $k$ :

- a) Calculeu el domini i les asímptotes de la funció.

[1 punt]

- b) Calculeu els punts amb un màxim o un mínim relatiu.

[1 punt]

4. Sabem que el sistema d'equacions lineals següent té una única solució:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + az = 1 \\ y + z = a \end{cases}$$

a) Comproveu que  $a \neq 0$ .

[1 punt]

b) Trobeu la solució del sistema en funció del paràmetre  $a$ .

[1 punt]

5. Considereu les matrius quadrades d'ordre 2 de la forma  $M = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y^2 + 1 & x \end{pmatrix}$ , amb  $x$  i  $y$  nombres reals.

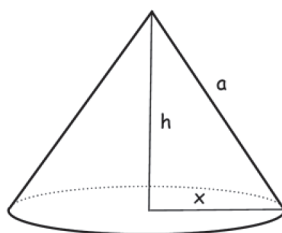
a) Comproveu que la matriu  $M$  és sempre invertible, independentment dels valors de  $x$  i de  $y$ .

[1 punt]

b) Per a  $x = 1$  i  $y = -1$ , calculeu  $M^{-1}$ .

[1 punt]

6. Considereu un con de  $120 \text{ cm}^3$  de volum que té una altura  $h$ , un radi de la base  $x$  i una aresta  $a$ , com el de la figura següent:



a) Comproveu que  $a^2 = \frac{360}{\pi} \cdot \frac{1}{h} + h^2$ .

[1 punt]

b) Calculeu l'altura del con que té l'aresta de longitud mínima.

[1 punt]

NOTA: Recordeu que el volum del con és un terç del volum del cilindre recte que té la mateixa base i la mateixa altura que el con.